

1

(1)  $(x+3)(xy+x-3y)$

(2)  $x \geq -1$  のとき :  $x^2 - 19 + 5(x+1) = 0$  を解き,  $x = -7, 2$ .  $x \geq -1$  より  $x = 2$ .

$x < -1$  のとき :  $x^2 - 19 - 5(x+1) = 0$  を解き,  $x = -3, 8$ .  $x < -1$  より  $x = -3$ .

以上より,  $x = -3, 2$

(3)  $-2(x+5) < 3x+5$  より  $x > -3$ .

$3x+5 \leq 2(8-x)$  より  $x \leq \frac{11}{5}$ .

以上より,  $-3 < x \leq \frac{11}{5}$

(4)  $5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}$

2

(1)  $C_1 : y = x^2 - 12x + 15$ ,  $C_2 : y = -2x^2 + 12x - 21$

(2)  $x^2 - 12x + 15 = -2x^2 + 12x - 21$  を解くと,  $x = 2, 6$ .

$x = 2$  のとき  $y = -5$ .  $x = 6$  のとき  $y = -21$ .

以上より,  $(2, -5), (6, -21)$

(3)  $(0, 0), (6, 0), (6, -21)$  を頂点とする三角形の面積から,  $(0, 0), (2, 0), (2, -5)$  を頂点とする三角形の面積と  $(2, 0), (6, 0), (6, -21), (2, -5)$  を頂点とする台形の面積を引けばよい. よって面積は  $\underline{6}$

3

(1) 三角形  $ABC$  に対し, 余弦定理を用いて  $AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos \angle ABC = 49$ . よって,  $\underline{AC = 7}$

(2) 円  $O$  は三角形  $ABC$  の外接円なので,  $O$  の半径を  $R$  とおくと, 正弦定理より,  $R = \frac{AC}{2 \sin \angle ABC} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$

(3)  $AD = x$  とおくと,  $CD = 3x$ . 四角形  $ABCD$  は円に内接するので,  $\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 60^\circ$ . よって, 三角形  $ACD$  に余弦定理を用いて  $7^2 = x^2 + (3x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3x \cdot \cos 60^\circ = 7x^2$  となり  $x^2 = 7$  より,  $\underline{AD = \sqrt{7}}$ ,  $\underline{CD = 3\sqrt{7}}$ ,

(4) 三角形  $ABC$  と三角形  $ACD$  の面積を加えればよいから, 面積は  $\frac{1}{2}(3 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ + \sqrt{7} \cdot 3\sqrt{7} \cdot \sin 60^\circ) = \underline{9\sqrt{3}}$